

<b>RÉPUBLIQUE TUNISIENNE</b>  <b>MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION</b>	<b>EXAMEN DU BACCALAURÉAT</b> <b>SESSION 2022</b>	<b>Session principale</b>
	Épreuve : <b>Mathématiques</b>	Section : <b>Économie et Gestion</b>
	Durée : <b>2h</b>	Coefficient de l'épreuve: <b>2</b>

N° d'inscription



*Le sujet comporte 5 pages numérotées de 1/5 à 5/5.*

*La page 5/5 est une annexe à rendre avec la copie*

### Exercice 1 (4 points)

Le tableau statistique ci-dessous donne les endettements d'un état en milliards de dinars entre les années 2015 et 2020.

Année	2015	2016	2017	2018	2019	2020
$x_i$ : Rang de l'année	1	2	3	4	5	6
$y_i$ : Dettes de l'état	45,13	53,462	66,146	78,72	80,833	86,667


- Représenter en annexe, le nuage de points associé à la série statistique  $(x_i, y_i)$ .
  - En déduire qu'un ajustement affine entre  $x$  et  $y$  est justifié.

Dans la suite de l'exercice, on arrondira au centième les résultats des calculs.

- Déterminer une équation de la droite  $D$  de régression de  $y$  en  $x$  obtenue par la méthode des moindres carrés.
  - En déduire une estimation en milliards de dinars des dettes en 2022.
- Un ajustement exponentiel donné par  $y = 41,68 e^{0,13x}$  est l'un des modèles appropriés à cette série statistique.

En adoptant cet ajustement, donner une estimation des dettes en milliards de dinars en 2022.
- Selon les hypothèses de la loi des finances, la dette est projetée à 114,14 milliards de dinars l'année 2022.

Lequel des deux ajustements est le plus pertinent ? Justifier votre réponse.

 **Exercice 2 (5 points)**

1) On considère la matrice  $M_\alpha = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 6 \\ \alpha & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$  ;  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

a) Montrer que  $\det(M_\alpha) = 12\alpha + 2$ .

b) En déduire l'ensemble des réels  $\alpha$  pour les quels  $M_\alpha$  soit inversible.

2) On donne les matrices  $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 6 \\ 4 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$  et  $B = \begin{pmatrix} 2 & 12 & -8 \\ -11 & 9 & 19 \\ 14 & -16 & -6 \end{pmatrix}$ .

a) Calculer  $A \times B$ .

b) En déduire  $A^{-1}$  la matrice inverse de  $A$ .

3) On considère dans  $\mathbb{R}^3$ , le système  $(S) \begin{cases} 5x + 4y + 6z = 1460 \\ 4x + 2y + z = 720 \\ x + 4y + 3z = 820 \end{cases}$

a) Donner l'écriture matricielle du système  $(S)$ .

b) Résoudre alors dans  $\mathbb{R}^3$ , le système  $(S)$ .

4) Une confiserie possède un stock de **146** kgs d'amendes ; **72** kgs de noix de cajou et **82** kgs de noisettes. Le responsable de la confiserie désire utiliser tout le stock pour remplir des sacs de trois mélanges  $G_1$ ,  $G_2$  et  $G_3$ .

- Le mélange  $G_1$  contient **500** grammes d'amendes, **400** grammes de noix de cajou et **100** grammes de noisettes.
- Le mélange  $G_2$  contient **400** grammes d'amendes, **200** grammes de noix de cajou et **400** grammes de noisettes.
- Le mélange  $G_3$  contient **600** grammes d'amendes, **100** grammes de noix de cajou et **300** grammes de noisettes.

Combien de sacs de chaque mélange, la confiserie peut-elle remplir? Justifier votre réponse.

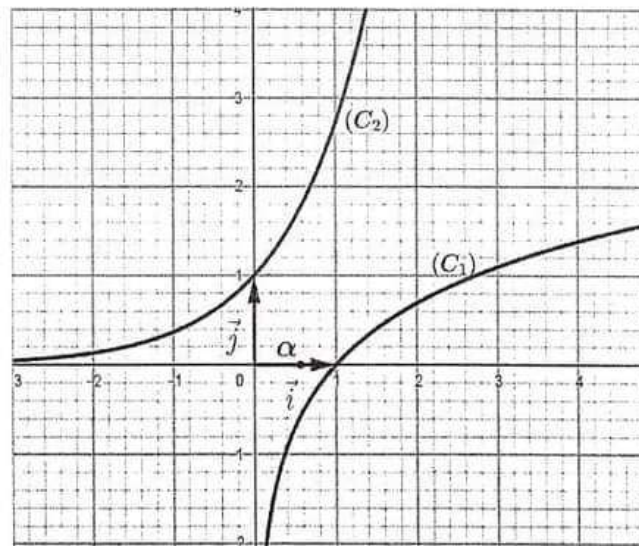
**Exercice 3 (5,5 points)**

Soit  $g$  la fonction définie sur  $[0, +\infty[$  par  $g(x) = xe^x - 1$ .

- 1) a) Montrer que  $g$  est strictement croissante sur  $[0, +\infty[$ .
- b) Dresser le tableau de variations de  $g$  sur  $[0, +\infty[$ .
- c) Montrer que l'équation  $g(x) = 0$  admet dans  $[0, +\infty[$  une unique solution  $\alpha$  et que  $0,5 < \alpha < 0,6$ .
- d) Recopier et compléter le tableau suivant donnant le signe de  $g(x)$  sur  $[0, +\infty[$ .

$x$	$0$	.....	$+\infty$
signe de $g(x)$	.....	0	.....

- 2) Soit  $f$  la fonction définie sur  $]0, +\infty[$  par  $f(x) = e^x - \ln x$ .
  - a) Déterminer  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  et montrer que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ .
  - b) Montrer que pour tout  $x \in ]0, +\infty[$ ,  $f'(x) = \frac{1}{x} g(x)$ .
  - c) Dresser alors le tableau de variations de  $f$ .
- 3) Dans la figure ci-dessous, on a tracé selon un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , les courbes  $(C_1)$  et  $(C_2)$  des fonctions  $x \mapsto \ln x$  et  $x \mapsto e^x$ , et on a placé le réel  $\alpha$  sur l'axe des abscisses.

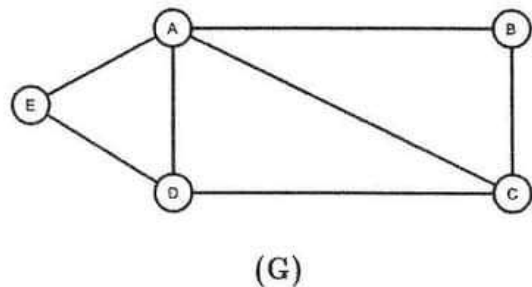


La droite d'équation  $x = \alpha$  coupe les courbes  $(C_1)$  et  $(C_2)$  en deux points M et N.

Montrer que  $MN = \alpha + \frac{1}{\alpha}$ .

**Exercice 4 (5,5 points)**

On considère le graphe  $(G)$  ci-contre :



- Chaque sommet du graphe représente une boutique qui vend une seule marque de téléphone portable.
- Chaque arête du graphe représente une rue reliant deux boutiques.  
Deux boutiques dans une même rue ne vendent pas la même marque de téléphone portable.

1) a) Donner l'ordre du graphe  $(G)$ .

b) Recopier et compléter le tableau suivant.

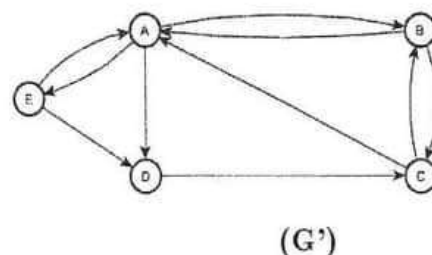
Sommet	A	B	C	D	E
Degré	.....	.....	.....	.....	.....

c) Un piéton peut-il visiter toutes les boutiques, en passant par chaque rue une fois et une seule? Justifier votre réponse.

2) Soit  $n$  le nombre minimal de marques de téléphones portables présentées dans les cinq boutiques.

- a) Donner un sous graphe complet de  $(G)$ .
- b) Justifier que  $3 \leq n \leq 5$ .
- c) Déterminer la valeur de  $n$ . Justifier votre réponse.

3) Pour les véhicules, certaines rues deviennent à sens unique, d'autres restent à double sens. Cette nouvelle situation est modélisée par le graphe orienté  $(G')$  ci-contre:



a) Donner la matrice  $M$  associée au graphe  $(G')$ . (On ordonnera les sommets par ordre alphabétique).

b) On donne la matrice  $M^4 = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 6 & 4 & 2 \\ 5 & 6 & 3 & 4 & 3 \\ 5 & 5 & 4 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 2 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}$ .

Combien y-a-t-il de chaînes orientées de longueur 4 allant du sommet  $B$  au sommet  $D$  ?

Citer l'une de ces chaînes.

c) Justifier que le nombre de chaînes orientées de longueur 5 allant du sommet  $B$  au sommet  $D$  est égal à 8.

Section : ..... N° d'inscription : ..... Série : .....

Nom et Prénom : .....

Date et lieu de naissance : .....

Signatures des surveillants

.....

.....



**Épreuve: Mathématiques - Section : Économie et Gestion**  
**Session principale (2022)**  
**Annexe à rendre avec la copie**

**Annexe**

