RÉPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION	EXAMEN DU BACCALAURÉAT SESSION 2021	Session de contrôle
	Épreuve : **Mathématiques**	Section : **Sport**
	Durée : **2h**	Coefficient de l'épreuve : **1**

✻✻✻✻✻

N° d'inscription

Le sujet comporte 4 pages numérotées 1/4, 2/4 , 3/4 et 4/4

la page 4/4 est à rendre avec la copie

Exercice 1 (7 points)

Un sac contient six jetons indiscernables au toucher répartis comme suit :

- Trois jetons blancs.
- Deux jetons verts.
- Un jeton noir.

1) On tire simultanément deux jetons du sac.

Soit les événements suivants :

A : « Obtenir deux jetons de même couleur ».

B : « Obtenir au moins un jeton vert ».

a) Vérifier que $p(A) = \frac{4}{15}$.

b) Calculer $p(B)$.

2) Un jeu consiste à tirer simultanément deux jetons du sac.

- Un jeton blanc apporte 2 points.
- Un jeton vert n'apporte rien.
- Un jeton noir fait perdre 4 points.

Soit X la variable aléatoire qui prend pour valeurs le gain algébrique des points apportés par les deux jetons tirés.

a) Justifier que les valeurs prises par X sont -4 ; -2 ; 0 ; 2 et 4.

b) Vérifier $p(X = 2) = \frac{2}{5}$.

c) Recopier et compléter le tableau suivant.

x_i	-4	-2	0	2	4
$p(X=x_i)$				$\frac{2}{5}$	

d) Calculer l'espérance et la variance de X.

e) Ce jeu est-il favorable ?

Exercice 2 (6 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$ et (Γ) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) a) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

b) Préciser les branches infinies de la courbe (Γ).

2) a) Déterminer $f'(x)$ pour tout réel x.

b) Dresser le tableau de variation de f.

3) a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans $\mathbb{R}$ une solution unique α.

b) Vérifier que $-2 < \alpha < -1$.

c) Montrer que $\alpha^2 = \dfrac{5}{3-\alpha}$ et $\alpha^3 = \dfrac{15}{3-\alpha} - 5$.

4) Dans l'annexe ci –jointe (figure 1) on a placé dans le repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ le point A intersection de la parabole (P) d'équation $y = x^2$ et l'hyperbole (H) d'équation $y = \dfrac{5}{3-x}$.

a) Justifier que l'abscisse du point A est α.

b) Tracer dans le même repère la courbe (Γ) de la fonction f.

5) Soit S l'aire (en unité d'aire) de la partie D du plan limitée par la courbe (Γ), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = \alpha$ et $x = 0$.

a) Hachurer la partie D.

b) Montrer que $S = \dfrac{5}{4}(\dfrac{\alpha}{3-\alpha} - 3\alpha)$.

Exercice 3 (7 Points)

Dans l'annexe ci –jointe (figure 2) on a tracé dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ la courbe (C) d'une fonction f définie et dérivable sur $]-1,+\infty[$, (T) la droite d'équation $y=3x-2$, (D) la droite d'équation $y=1$ et (Δ) la droite d'équation $x=-1$.

- (T) est la tangente à la courbe (C) au point abscisse 0.
- (D) et (Δ) sont deux asymptotes à la courbe (C).
- (C) coupe l'axe des abscisses au point A(2, 0).

1) En utilisant le graphique :

a) Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x)$.

b) Déterminer la solution de l'équation $f(x)=0$.

c) Déterminer $f(0)$ et justifier que $f'(0)=3$.

d) Dresser le tableau de variation de f.

2) a) Montrer que f réalise une bijection de $]-1,+\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

b) On note f^{-1} la fonction réciproque de f.

Déterminer $f^{-1}(0)$ et $f^{-1}(-2)$.

c) Tracer la courbe de f^{-1} dans le même repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

3) L'expression de f est donnée par $f(x)=\dfrac{ax+b}{x+1}$, où a et b sont deux réels.

a) Montrer que pour tout $x\in]-1,+\infty[$, $f'(x)=\dfrac{a-b}{(x+1)^2}$.

b) En utilisant la question 1)c), déduire que $b=-2$ et $a=1$.

4) Montrer que pour tout $x\in J$, $f^{-1}(x)=\dfrac{2+x}{1-x}$.

Section : .... N° d'inscription : .... Série : ....

Nom et Prénom : ....

Date et lieu de naissance : ....

Signatures des surveillants

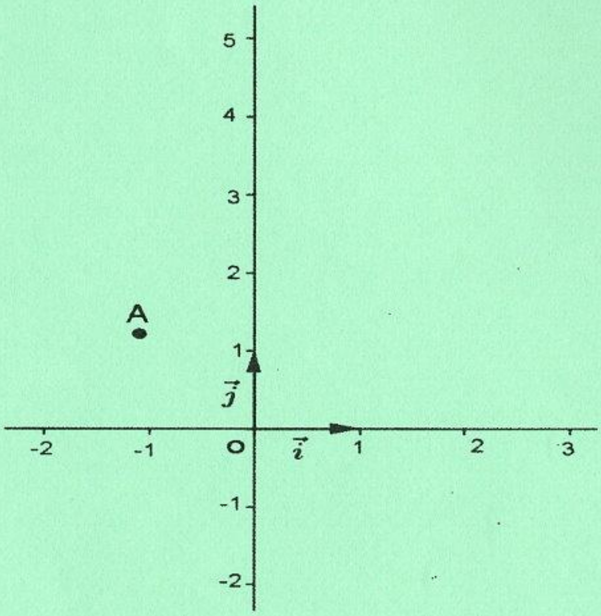
....

....

Épreuve: Mathématiques - Session de contrôle 2021 - Section : Sport

Annexe à rendre avec la copie

Figure 1



....

Figure 2